

PROTOTIPO III PARZIALE

1) Studiare la seguente funzione esponenziale:

$$y = e^{\frac{x^2-x}{x+2}}$$

CAMPO DI ESISTENZA.

Poiché si tratta di una funzione esponenziale, il cui esponente è una frazione, il suo campo di esistenza è rappresentato da tutto l'asse reale esclusi i punti in cui il denominatore della frazione si annulla, cioè:

$$C.E. = \{x \in \mathbb{R} : x+2 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -2\} = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < -2, -2 < x < +\infty\}$$

Ne segue subito che la retta $x = -2$ è un asintoto verticale per la funzione assegnata:

$$A.V. : x = -2$$

INTERSEZIONI CON GLI ASSI.

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{\frac{x^2-x}{x+2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = e^{\frac{0-0}{0+2}} = e^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow A = (0,1) \quad \text{è il punto di intersezione della funzione con l'asse } y$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 = e^{\frac{x^2-x}{x+2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ e^{\frac{x^2-x}{x+2}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ \text{mai} \end{cases} \quad \text{non ci sono intersezioni con l'asse } x$$

SEGNO DELLA FUNZIONE.

Si ha:

$$y > 0 \Rightarrow e^{\frac{x^2-x}{x+2}} > 0 \Rightarrow \text{sempre (la funzione esponenziale è sempre positiva)}, \text{ cioè:}$$

+++++

$$y > 0$$

LIMITI AGLI ESTREMI DEL CAMPO DI ESISTENZA.

Risulta:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{x^2-x}{x+2}} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-x}{x+2} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} (x)} = e^{+\infty} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^{\frac{x^2-x}{x+2}} \right) = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2-x}{x+2} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2}{x} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} (x)} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$$

cioè la retta di equazione $y = 0$ è un asintoto orizzontale sinistro per la funzione:

$$A.O.S. : y = 0$$

STUDIO DEL SEGNO DELLA DERIVATA PRIMA.

Si ottiene:

$$D\left(e^{\frac{x^2-x}{x+2}}\right) = e^{\frac{x^2-x}{x+2}} \cdot D\left(\frac{x^2-x}{x+2}\right) = e^{\frac{x^2-x}{x+2}} \cdot \left(\frac{(2x-1)(x+2) - (x^2-x) \cdot 1}{(x+2)^2}\right) =$$

$$= e^{\frac{x^2-x}{x+2}} \cdot \left(\frac{2x^2 + 4x - x - 2 - x^2 + x}{(x+2)^2}\right) = e^{\frac{x^2-x}{x+2}} \cdot \frac{x^2 + 4x - 2}{(x+2)^2}$$

da cui:

$$y' > 0 \Rightarrow e^{\frac{x^2-x}{x+2}} \cdot \frac{x^2 + 4x - 2}{(x+2)^2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} e^{\frac{x^2-x}{x+2}} > 0 \\ \frac{x^2 + 4x - 2}{(x+2)^2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e^{\frac{x^2-x}{x+2}} > 0 \\ x^2 + 4x - 2 > 0 \\ (x+2)^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

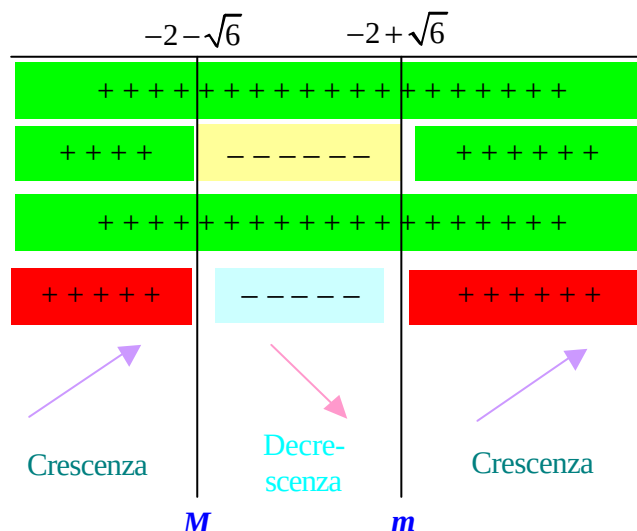
$$\Rightarrow \begin{cases} \text{sempre (in quanto funzione esponenziale)} \\ x^2 + 4x - 2 > 0 \\ \text{sempre (in quanto è un quadrato)} \end{cases}$$

Troviamo, pertanto, le soluzioni dell'equazione associata alla disequazione che figura nel sistema. Poiché risulta:

$$x^2 + 4x - 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+2}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \Rightarrow x_1 = -2 - \sqrt{6} \cong -4,44, x_2 = -2 + \sqrt{6} \cong 0,44$$

segue:

$$y' > 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{sempre (in quanto funzione esponenziale)} \\ x^2 + 4x - 2 > 0 \\ \text{sempre (in quanto è un quadrato)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{sempre} \\ x < -2 - \sqrt{6}, x > -2 + \sqrt{6} \\ \text{sempre} \end{cases}$$



Dunque la funzione ha un massimo in $x = -2 - \sqrt{6}$ ed un minimo in $x = -2 + \sqrt{6}$.
In particolare si ha:

$$x = -2 - \sqrt{6} \Rightarrow y = e^{\frac{(-2-\sqrt{6})^2 - (-2-\sqrt{6})}{(-2-\sqrt{6})+2}} \cong 0,000005$$

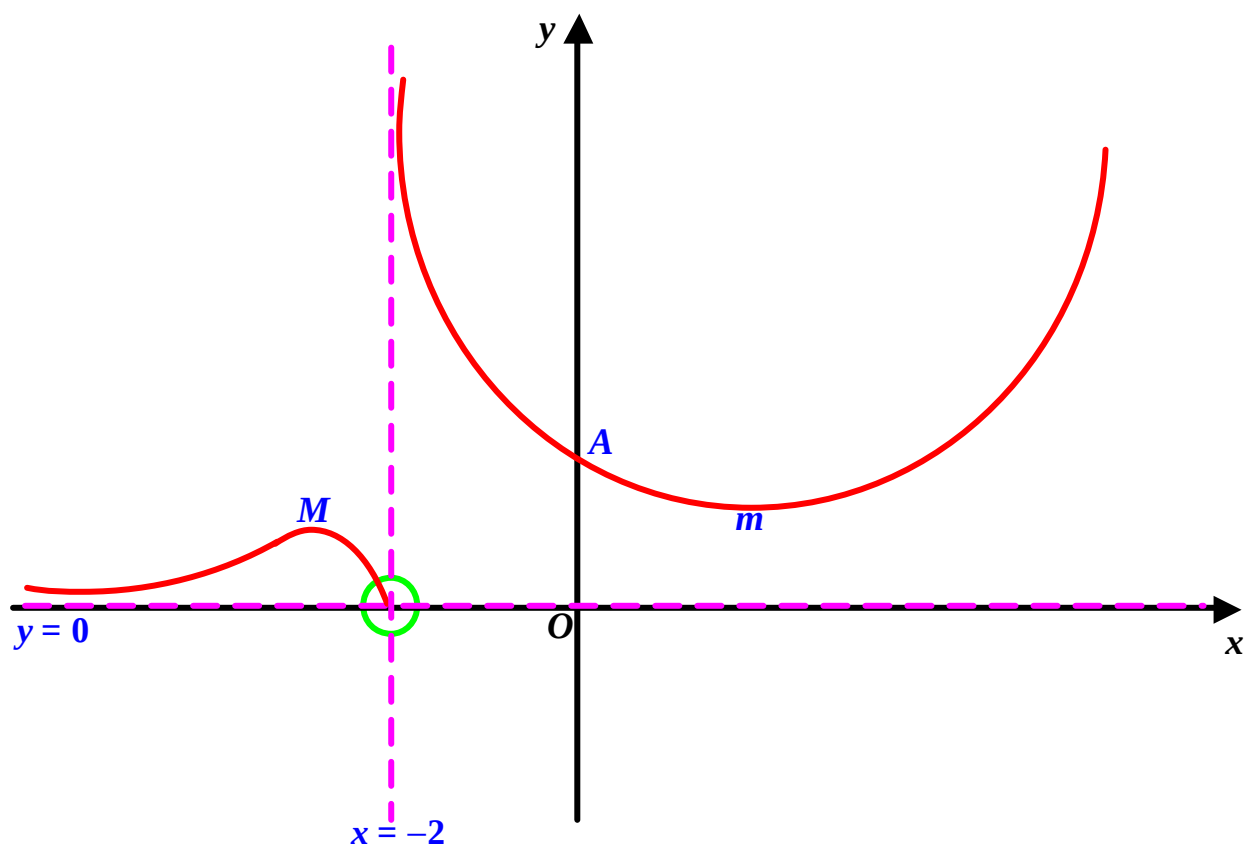
$$x = -2 + \sqrt{6} \Rightarrow y = e^{\frac{(-2+\sqrt{6})^2 - (-2+\sqrt{6})}{(-2+\sqrt{6})+2}} \cong 0,90$$

Ne segue, quindi, che:

$m(-4,44;0,000005)$ è il punto di Massimo

$M(0,44;0,90)$ è il punto di Mminimo

IL GRAFICO.



2) Studiare la seguente funzione irrazionale con indice di radice dispari:

$$y = \sqrt[3]{x^3 - 1}$$

CAMPO DI ESISTENZA.

Poiché la funzione data è una irrazionale con indice di radice dispari, il suo insieme di definizione coincide esattamente con il campo di esistenza del radicando, che nel caso specifico è un polinomio definito su tutta la retta reale, cioè:

$$C.E. = \mathbb{R} = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < +\infty\}$$

La funzione irrazionale, dunque, non ha asintoti verticali!!!

INTERSEZIONI CON GLI ASSI.

Le intersezioni della funzione con gli assi cartesiani si ottengono risolvendo, come di consueto, i seguenti due sistemi:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \sqrt[3]{x^3 - 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \sqrt[3]{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\sqrt[3]{1} = -1 \end{cases} \Rightarrow A = (0, -1) \text{ è il punto di intersezione della funzione con l'asse } y$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 = \sqrt[3]{x^3 - 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ \sqrt[3]{x^3 - 1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x^3 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x - 1 = 0 \text{ oppure } x^2 + x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \text{ oppure mai } (\Delta < 0) \end{cases} \Rightarrow B = (1, 0) \text{ è il punto di intersezione della funzione con l'asse } x$$

Si osservi che $x^3 - 1$ può essere scomposto o utilizzando la formula della differenza di due cubi oppure con la regola di Ruffini; inoltre, trattandosi di una radice cubica, è sempre possibile portare il segno negativo fuori del simbolo di radice.

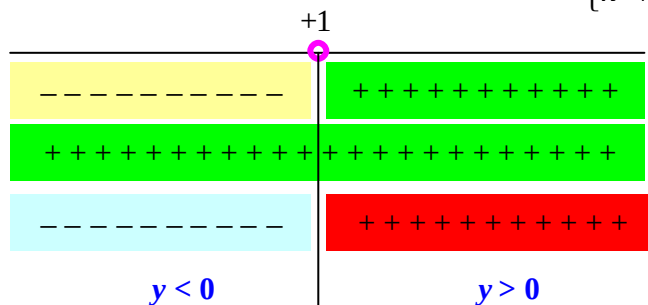
SEGNO DELLA FUNZIONE.

Anche in questo caso, per lo studio del segno, occorre risolvere la disequazione:

$$y > 0$$

Ne segue:

$$y > 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x^3 - 1} > 0 \Rightarrow x^3 - 1 > 0 \Rightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1) > 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x^2 + x + 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \text{sempre } (\Delta < 0) \end{cases}$$



cioè:

$$y > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

Si osservi che il segno di tutte le funzioni irrazionali con indice di radice dispari coincide con il segno del radicando.

LIMITI AGLI ESTREMI DEL CAMPO DI ESISTENZA.

Per il calcolo dei limiti di questa classe di funzioni, sarà sufficiente, come per quelle con indice di radice pari, determinare il limite del radicando, tenendo, però, sempre bene a mente la seguente regola generale:

Se $y = \sqrt[n]{f(x)}$, dove $f(x)$ è una qualunque funzione assegnata, allora risulta:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x)]}$$

Nell'esempio quindi si ha:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt[3]{x^3 - 1}) = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x^3 - 1)} = \sqrt[3]{\pm\infty} = \pm\infty$$

Ne segue che, per

$$x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow \pm\infty$$

Dunque la funzione non ha asintoti orizzontali!!!

STUDIO DEL SEGNO DELLA DERIVATA PRIMA.

Ricordando che:

$$D(\sqrt[n]{f(x)}) = D[f(x)]^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \cdot [f(x)]^{\frac{1}{n}-1} \cdot D[f(x)] = \frac{1}{n} \cdot [f(x)]^{\frac{1-n}{n}} \cdot D[f(x)] = \frac{D[f(x)]}{n \sqrt[n]{f(x)^{n-1}}}$$

si ottiene:

$$D(\sqrt[3]{x^3 - 1}) = \frac{D(x^3 - 1)}{3 \sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}} = \frac{1}{3 \sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}} \cdot \frac{3x^2}{(x^3 - 1)^2}$$

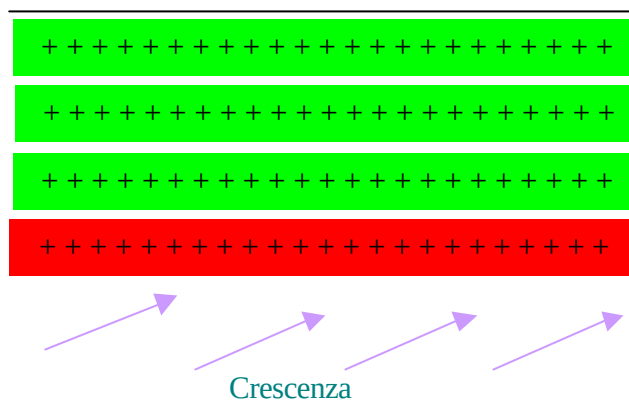
Per determinare i punti di massimi e di minimo della funzione, bisogna sempre risolvere la disequazione:

$$D(y) > 0$$

cioè:

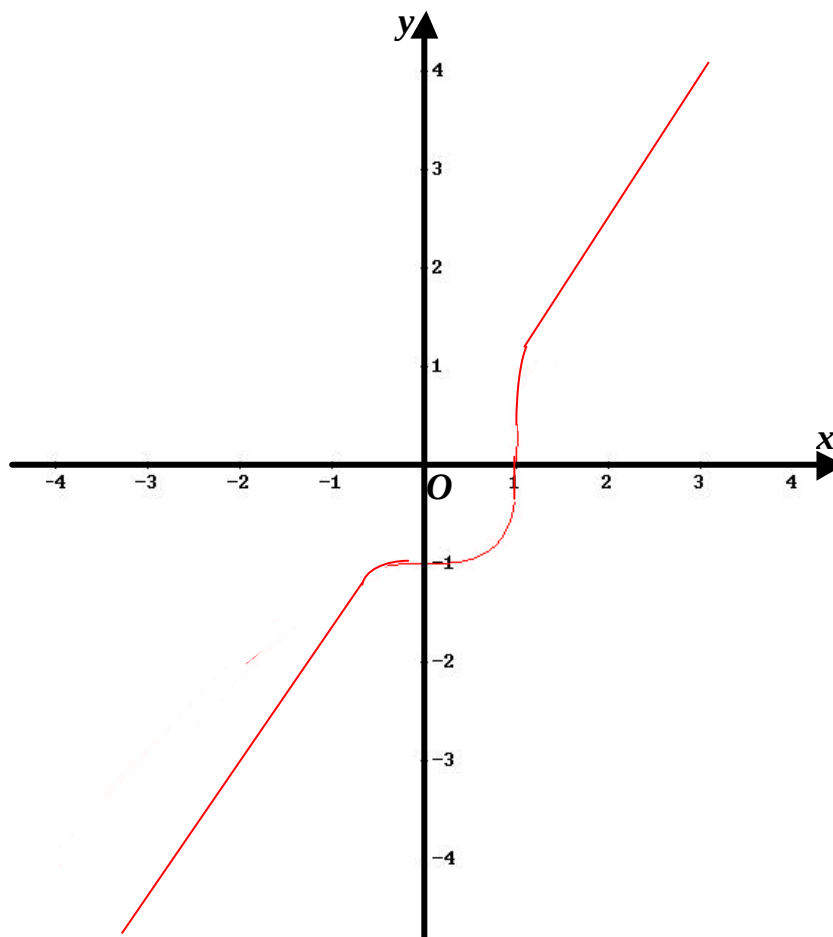
$$\frac{1}{3 \sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}} \cdot \frac{3x^2}{(x^3 - 1)^2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3 \sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}} > 0 \\ \frac{3x^2}{(x^3 - 1)^2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{(x^3 - 1)^2} > 0 \\ 3x^2 > 0 \\ (x^3 - 1)^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \text{ (il radicando è un quadrato e quindi sempre positivo)} \\ \forall x \in \mathbb{R} \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$



Dunque la funzione è sempre crescente e non ammette quindi né massimi né minimi.

IL GRAFICO.



3) Studiare la seguente funzione irrazionale con indice di radice pari:

$$y = \sqrt{-2x^2 - 7x + 3}$$

CAMPO DI ESISTENZA.

Poiché la funzione data è una irrazionale, con indice di radice pari, ed il suo radicando è un polinomio, cioè definito su tutta la retta reale, essa risulta definita solo per i valori della x per i quali il radicando è positivo, ovvero maggiore od uguale a zero, cioè:

$$-2x^2 - 7x + 3 \geq 0 \Rightarrow 2x^2 + 7x - 3 \leq 0$$

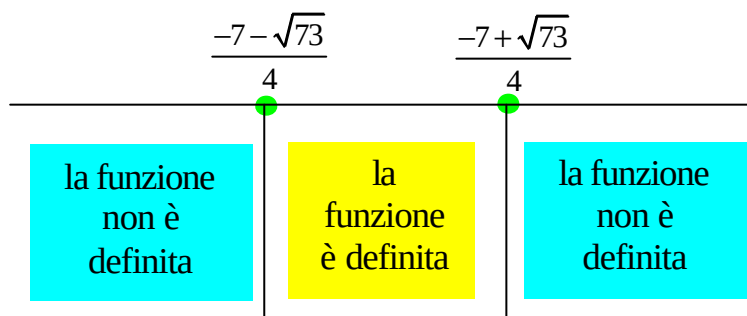
Poiché, però, si ha:

$$2x^2 + 7x - 3 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 24}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{73}}{4}$$

risulta:

$$2x^2 + 7x - 3 \leq 0 \Rightarrow \frac{-7 - \sqrt{73}}{4} \cong -3,88 < x < \frac{-7 + \sqrt{73}}{4} \cong 0,38$$

$$C.E. = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{-7 - \sqrt{73}}{4} < x < \frac{-7 + \sqrt{73}}{4} \right\}$$



INTERSEZIONI CON GLI ASSI.

Le intersezioni della funzione con gli assi cartesiani si ottengono risolvendo, come di consueto, i seguenti due sistemi:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \sqrt{-2x^2 - 7x + 3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \sqrt{3} \cong 1,73 \end{cases} \Rightarrow A = (0, \sqrt{3}) \text{ è il punto di intersezione della funzione con l'asse } y$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 = \sqrt{-2x^2 - 7x + 3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ \sqrt{-2x^2 - 7x + 3} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ -2x^2 - 7x + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{73}}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \left(\frac{-7 - \sqrt{73}}{4}, 0 \right), C = \left(\frac{-7 + \sqrt{73}}{4}, 0 \right) \text{ sono i punti di intersezione della funzione con l'asse } x$$

Si osservi che, qualora si voglia eguagliare a zero un radicale, è sufficiente eguagliare a zero il suo radicando.

SEGNO DELLA FUNZIONE.

Anche in presenza di funzioni irrazionali, per lo studio del segno, occorre risolvere la disequazione:

$$y > 0$$

Ne segue:

$$y > 0 \Rightarrow y = \sqrt{-2x^2 - 7x + 3} \Rightarrow -2x^2 - 7x + 3 > 0 \text{ sempre nel campo di esistenza}$$

Si osservi che tutte le funzioni irrazionali con indice di radice pari, sono sempre positive all'interno del campo di esistenza: per studiare la loro positività, infatti, bisognerebbe studiare la positività del radicando, cosa che già si fa nel determinare il campo di definizione della funzione stessa.

LIMITI AGLI ESTREMI DEL CAMPO DI ESISTENZA.

Per il calcolo dei limiti delle funzioni irrazionali, sarà sufficiente determinare il limite del radicando, tenendo bene a mente, però, che, in generale, vale la seguente proprietà:

Se $y = \sqrt{f(x)}$, dove $f(x)$ è una qualunque funzione assegnata, allora risulta:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{f(x)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x)]}$$

Osserviamo, però, che nell'esercizio proposto la funzione non è definita né per x che tende a $-\infty$ né per x che tende a $+\infty$, per cui risulta:

La funzione non ha asintoti orizzontali!!!

STUDIO DEL SEGNO DELLA DERIVATA PRIMA.

Ricordando che:

$$D(\sqrt{f(x)}) = D[f(x)]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot [f(x)]^{\frac{1}{2}-1} \cdot D[f(x)] = \frac{1}{2} \cdot [f(x)]^{-\frac{1}{2}} \cdot D[f(x)] = \frac{D[f(x)]}{2\sqrt{f(x)}}$$

si ottiene:

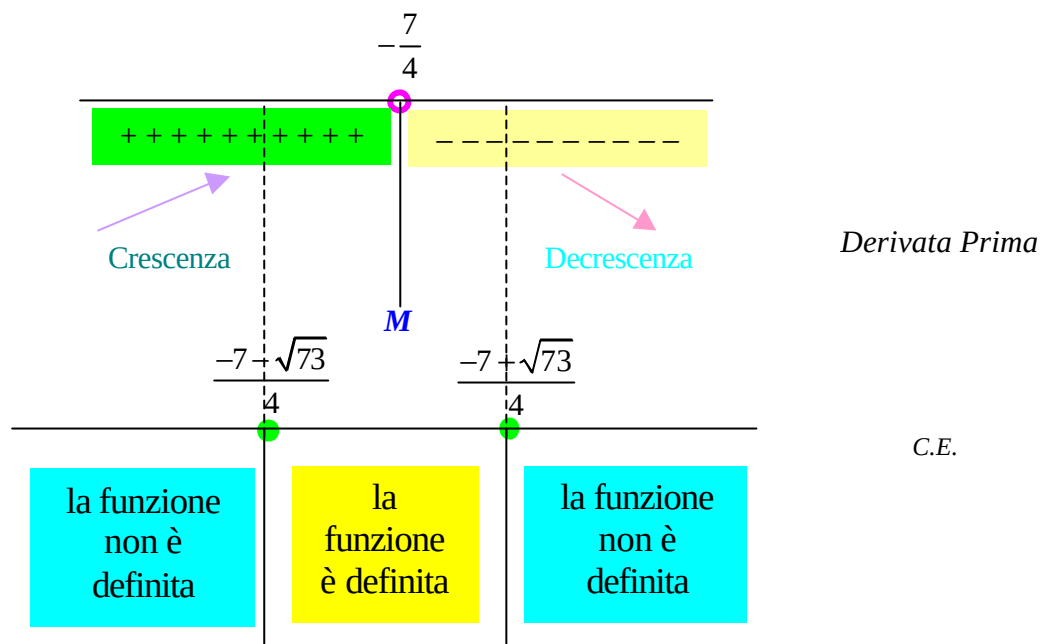
$$D(\sqrt{-2x^2 - 7x + 3}) = \frac{D(-2x^2 - 7x + 3)}{2\sqrt{-2x^2 - 7x + 3}} = \frac{-4x - 7}{2\sqrt{-2x^2 - 7x + 3}}$$

Per determinare i punti di massimi e di minimo della funzione, bisogna sempre risolvere la disequazione:

$$D(y) > 0$$

cioè:

$$y' > 0 \Rightarrow \frac{-4x - 7}{2\sqrt{-2x^2 - 7x + 3}} > 0 \Rightarrow \begin{cases} -4x - 7 > 0 \\ \sqrt{-2x^2 - 7x + 3} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 7 < 0 \\ \text{sempre nel C.E.} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{7}{4} = -1,75 \\ \text{sempre nel C.E.} \end{cases}$$



Dunque la funzione data ammette un massimo in $x = -\frac{7}{4}$ la cui esistenza è garantita dal campo di definizione della funzione.

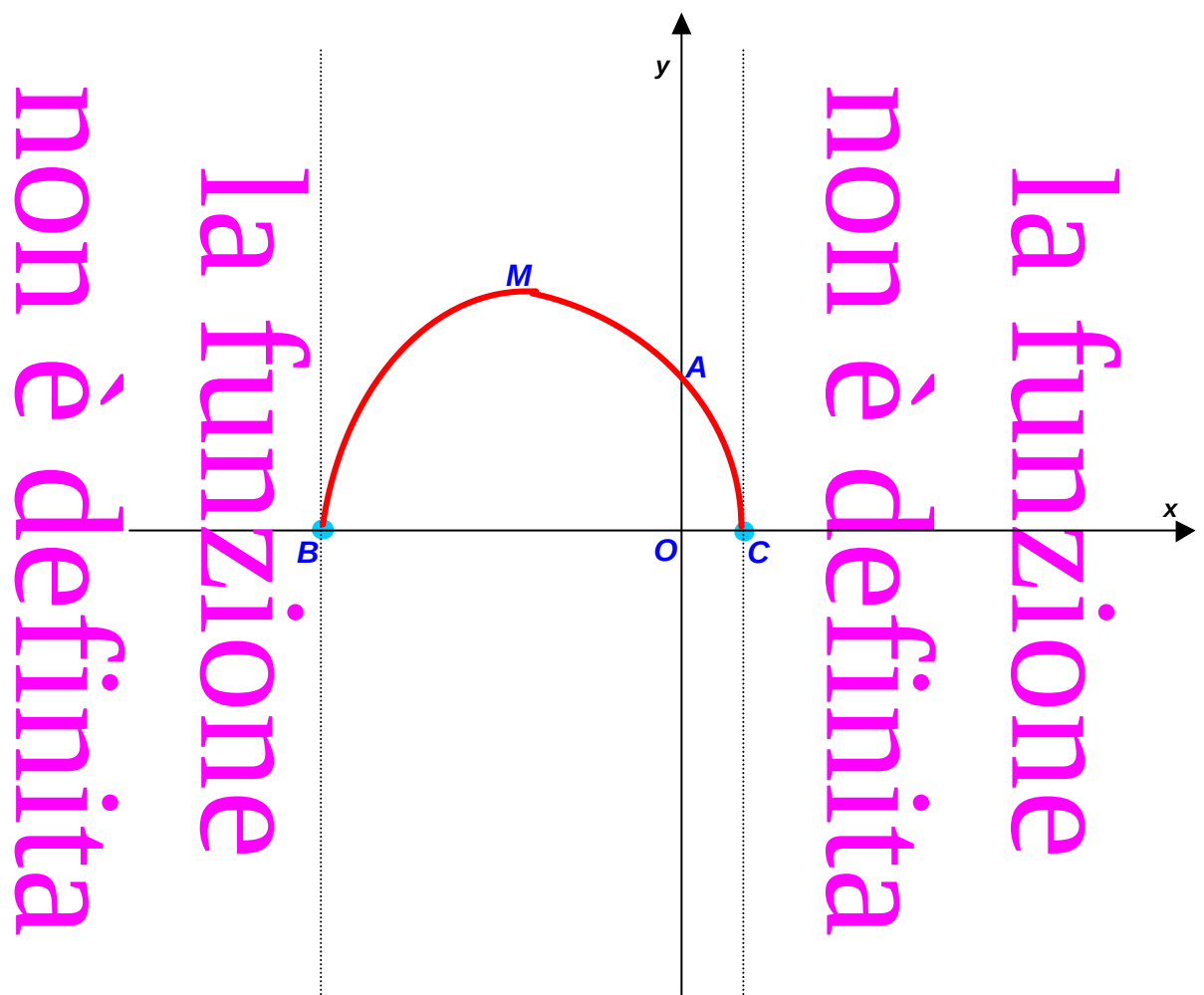
In particolare si ha:

$$x = -\frac{7}{4} \Rightarrow y = \sqrt{-2\left(-\frac{7}{4}\right)^2 - 7\left(-\frac{7}{4}\right) + 3} \approx 3,02$$

Ne segue, quindi, che:

$M(-1,75; 3,02)$ è il punto di Massimo

IL GRAFICO.



4) Studiare la seguente funzione logaritmica:

$$y = \ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right]$$

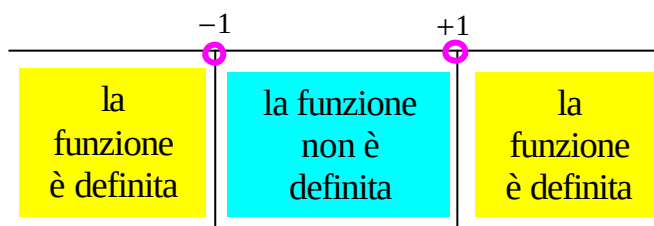
CAMPO DI ESISTENZA.

Poiché la funzione data è logaritmica ed il suo argomento è una frazione, occorre considerare contemporaneamente il campo di definizione sia della funzione logaritmica (argomento positivo) che della funzione razionale fratta (denominatore diverso da zero):

$$\begin{aligned} C.E. &= \left\{ x \in \mathbb{R} : \begin{cases} \frac{(x-1)^2}{x^2-1} > 0 \text{ (per illogaritmo)} \\ x^2-1 \neq 0 \text{ (per la frazione)} \end{cases} \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} : \begin{cases} (x-1)^2 > 0 \\ x^2-1 > 0 \\ x^2-1 \neq 0 \end{cases} \right\} = \\ &= \left\{ x \in \mathbb{R} : \begin{cases} \text{sempre (è un quadrato)} \\ x < -1, x > +1 \\ x \neq \pm 1 \end{cases} \right\} \end{aligned}$$

Ne segue subito che le rette di equazione $x = \pm 1$ sono due asintoti verticali per la funzione assegnata:

$$A.V.: x = \pm 1$$



INTERSEZIONI CON GLI ASSI.

Per determinare l'intersezione della funzione con gli assi cartesiani occorre risolvere, come di consueto, i due sistemi, osservando, però, che nel caso in esame in $x=0$ la funzione non è definita, motivo per cui essa non presenta intersezioni con l'asse y :

$$\begin{aligned} \begin{cases} y=0 \\ 0 &= \ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right] \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ \ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right] = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ e^{\ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right]} = e^0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ e^{\ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right]} = e^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ \frac{(x-1)^2}{x^2-1} = 1 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ \frac{(x-1)^2}{x^2-1} = 1 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ \frac{(x-1)^2}{x^2-1} - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ \frac{x^2 - 2x + 1 - x^2 + 1}{x^2-1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ \frac{-2x+2}{x^2-1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ -2x+2=0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ -x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow A=(1,0) \end{aligned}$$

è il punto di intersezione della
funzione con l'asse x

Osserviamo, però, che il punto A non appartiene all'insieme di definizione della funzione che, pertanto, non interseca gli assi cartesiani.

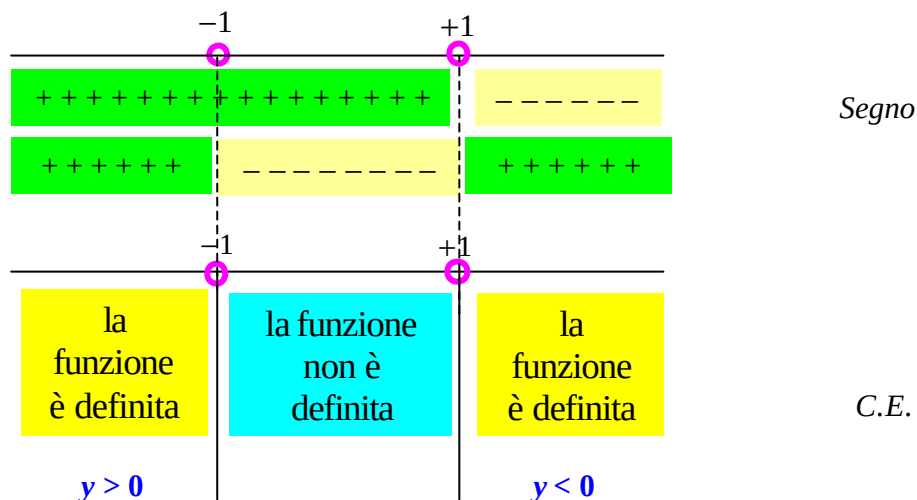
SEGNO DELLA FUNZIONE.

Anche in questo caso, per lo studio del segno della funzione, occorre risolvere la disequazione:
 $y > 0$

Quindi:

$$y > 0 \Rightarrow \ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right] > 0 \Rightarrow e^{\ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right]} > e^0 = 1 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{x^2-1} > 1 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{x^2-1} - 1 > 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{-2x+2}{x^2-1} > 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x+2 > 0 \\ x^2-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1 < 0 \\ x < -1, x > +1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x < -1, x > +1 \end{cases}$$

Risulta, pertanto:



LIMITI AGLI ESTREMI DEL CAMPO DI ESISTENZA.

Risulta:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right] \right] = \ln \left[\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right) \right] = \ln \left[\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \right) \right] = \ln(1) = 0$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right] \right] = \ln \left[\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right) \right] = \ln \left[\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \right) \right] = \ln(1) = 0$$

Ne segue che:

$$x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow 0$$

cioè la retta di equazione $y = 0$, ovvero l'asse x , è un *Asintoto Orizzontale* sia *destro* che *sinistro* della funzione.

$$A.O.: y = 0$$

STUDIO DEL SEGNO DELLA DERIVATA PRIMA.

Si ha:

$$D \left\{ \ln \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right] \right\} = \frac{1}{\frac{(x-1)^2}{x^2-1}} \cdot D \left[\frac{(x-1)^2}{x^2-1} \right] = \frac{x^2-1}{(x-1)^2} \cdot \left[\frac{(2x-2)(x^2-1) - (x^2-2x+1)2x}{(x^2-1)^2} \right] =$$

$$= \frac{x^2-1}{(x-1)^2} \cdot \frac{2x^3-2x-2x^2+2-2x^3+4x-2x}{(x^2-1)^2} = \frac{1}{(x-1)^2} \cdot \frac{-2x^2+2}{(x^2-1)} = \frac{-2x^2+2}{(x-1)^2(x^2-1)} = \frac{-2(x^2-1)}{(x-1)^2(x^2-1)} =$$

$$= \frac{-2}{(x-1)^2}$$

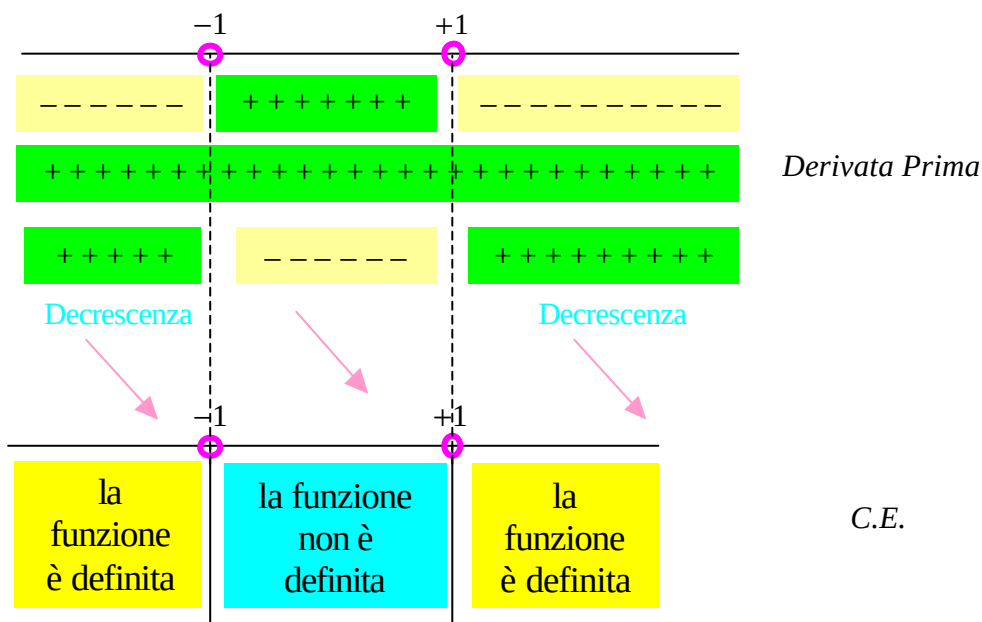
Per determinare i punti di massimi e di minimo della funzione, bisogna sempre risolvere la disequazione:

$$D(y) > 0$$

cioè:

$$y' > 0 \Rightarrow \frac{-2}{(x-1)^2} > 0 \Rightarrow \text{mai} \Rightarrow y' < 0 \text{ sempre}$$

da cui segue:



Dunque la funzione è sempre decrescente.

IL GRAFICO.

